УДК 535.2, 535.8

Модель захоплення діелектричної наночастинки лазерним пінцетом

Андріянов В.Ю, к.т.н., доц. Чадюк В.О.

Вступ

Лазерний пінцет – це прилад, що дозволяє утримувати і переміщувати мікро- та нано- частинки за допомогою одного або декількох лазерних променів [1]. Механізм дії лазерного пінцета побудований на захопленні об’єкту полем гостросфокусо-ваного лазерного випромінювання [2], що формує ефективну просторову потенційну яму.

Оптичне захоплення і маніпулювання мікро- та нано-об'єктами за допомогою лазерного пінцета є перспективним напрямком в галузі лазерної оптики. За допомогою лазерного пінцету можна захоплювати, переміщувати, з’єднувати, проводити різні маніпуляції з об’єктами від декількох нанометрів до десятків мікрометрів. Об’єктом маніпуляції може бути колоїдна частинка, молекула, атом, клітина, вірус тощо. Сил, що виникають під час оптичному захопленні, досить, щоб проводити маніпуляції з клітинами і внутрішньоклітинними об'єктами без механічного контакту з ними [3]. Таким чином, стає можливим дотримання стерильності біологічних об'єктів в процесі їх захоплення і маніпулювання. Лазерний пінцет набуває все більшого поширення в різних напрямках досліджень і практичного застосування: біологія [4], медицина [5], мікрохірургія [6], нанотехнології [7].

Для максимальної ефективності захоплення частинки необхідно чітко підібрати параметри оптичного пінцету [8]:

- потужність, яка з одного боку впливає на силу захоплення частинки, а з іншого – на величину енергії, яка поглинається цією частинкою;
- довжину хвилі випромінювання, яка підбирається в залежності від захоплюваного об’єкта;
- числову апертуру об’єктива, необхідну для створення великого градієнта інтенсивності світла у фокальній області.

У цій роботі запропоновано модель, яка допоможе оцінити величини сил, прикладених до діелектричної частинки, розташованої у рідині поблизу оптичної пастки.

Побудова моделі та її аналіз. Розгляньмо умови захоплення перетяжкою лазерного пучка з довжиною хвилі λ та потужністю P сферичної діелектричної частинки з показником заломлення n та радіусом $a \ll \lambda$, яка знаходиться у рідині з показником заломлення n_0. Нехай (x_0, y_0, z_0) – координати перетяжки лазерного пучка (пастки лазерного пінцета), (x, y, z) – координати частинки, вісь z декартової системи координат співпадає з віссю лазерного пучка, а вісь y спрямована вгору (Рис. 1).

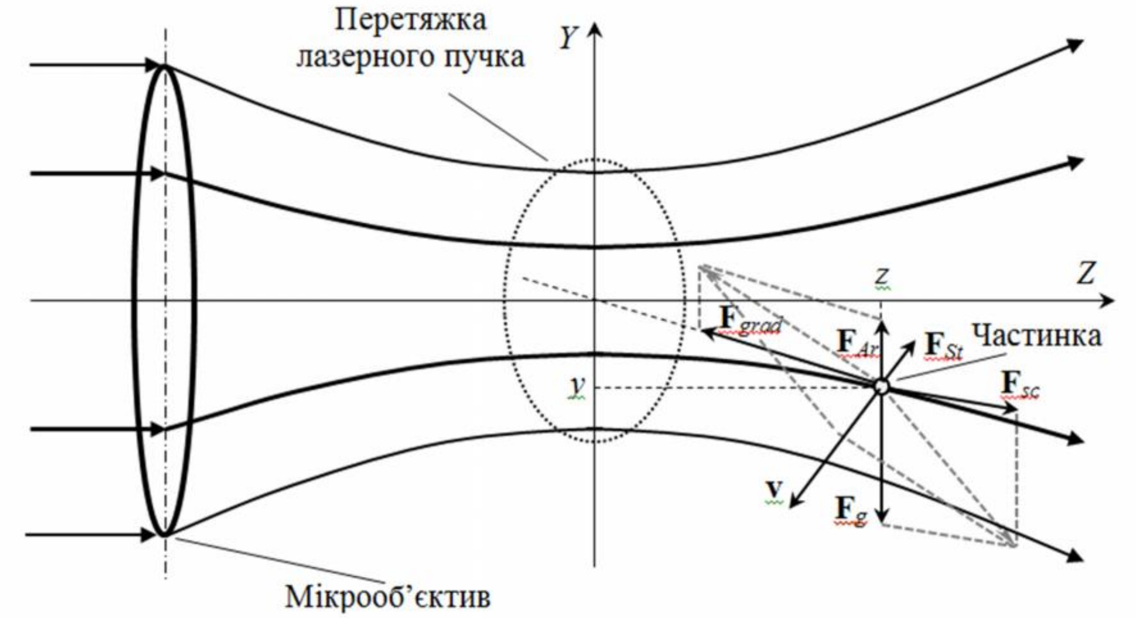

Рис. 1. Сили, які діють на частинку біля перетяжки лазерного пучка

На освітлену рухому частинку діють п'ять сил – сила тяжіння $\mathbf{F}_g$, сила Архімеда $\mathbf{F}_{Ar}$, розсіювальна сила $\mathbf{F}_{sc}$ (тиск світла), градієнтна сила $\mathbf{F}_\nabla$ та сила Стокса $\mathbf{F}_{St}$ (сила тертя), рівнодійною яких є сила $\mathbf{F}$, яку подамо її складовими вздовж осей x, y та z:

$$F_x = F_{sc.x} \pm F_{\nabla.x} - F_{St.x}, \quad (1)$$

$$F_y = F_{sc.y} - F_g + F_{Ar} \pm F_{\nabla.y} - F_{St.y}, \quad (2)$$

$$F_z = F_{sc.z} \pm F_{\nabla.z} - F_{St.z}, \quad (3)$$

де у формулах (1)–(3) знак «+» відповідає умовам $x - x_0 < 0, y - y_0 < 0, z - z_0 < 0,$, знак «–» – $x - x_0 > 0, y - y_0 > 0, z - z_0 > 0.$

Рівнодійну сили тяжіння та сили Архімеда можна знайти за формулою

$$F_g - F_{Ar} = -\frac{4}{3}\pi a^3 (\rho - \rho_0) g, \quad (4)$$

де ρ – густина частинки, ρ_0 – густина рідини, g – напруженість гравітаційного поля.

Розсіювальна сила може бути подана як

$$\mathbf{F}_{sc} = \frac{8}{3}\pi k^4 (2a)^6 \frac{n_0}{c}\left(\frac{n^2 - n_0^2}{n^2 + 2n_0^2}\right)^2 \mathbf{S}, \quad (5)$$

де k – хвильове число ($k = 2\pi/\lambda$), c –швидкість світла у вакуумі, **S** – вектор Пойнтинга [9].

Модуль вектора Пойнтинга можна наближено замінити інтенсивністю лазерного пучка

$$I = I_0 \left[\frac{w_0}{w(z)} \right]^2 \exp\left[-\frac{2\left(x^2 + y^2\right)}{w^2(z)} \right], \qquad (6)$$

де за радіусу перетяжки w_0 інтенсивність в її центрі дорівнює

$$I_0 = \frac{2P}{\pi w_0^2}, \qquad (7)$$

а радіус пучка на відстані z від перетяжки –

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2}. \qquad (8)$$

Підставляючи співвідношення (7) та (8) у формулу (6), виразимо інтенсивність випромінювання через потужність:

$$I = \frac{2\pi w_0^2 P}{\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2} \exp\left[-\frac{2\pi^2 w_0^2 \left(x^2 + y^2\right)}{\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2} \right]. \quad (9)$$

Підставляючи співвідношення (9) у формулу (5), отримаємо

$$\left|\mathbf{F}_{sc}\right| = K_1 \frac{2 n_0 a^6 w_0^2 P}{c \lambda^4 \left(\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2\right)} \times \left(\frac{n^2 - n_0^2}{n^2 + 2n_0^2} \right)^2 \exp\left[-\frac{2\pi^2 w_0^2 \left(x^2 + y^2\right)}{\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2} \right], \qquad (10)$$

де $K_1 = 8{,}36 \cdot 10^5$.

Зробімо оцінку дії сили світла на частинку. Припускаючи, що частинка знаходиться в центрі перетяжки пучка і на неї діє тільки тиск світла, знайдімо залежність швидкості частинки від часу дії на неї світла Δt. За цей час частинка поглине енергію $2Pa^2\Delta t / w_0^2$ від $2Pa^2\lambda\Delta t / hcw_0^2$ фотонів, які передадуть частинці імпульс $2Pa^2\Delta t / cw_0^2$. Отримавши такий імпульс, частинка набуває у вакуумі швидкості

$$v = \frac{3P\Delta t}{2\pi h c w_0^2 a \rho} \qquad (11)$$

яка лінійно зростає з часом (пунктирна крива на Рис. 2). У середовищі з в’язкістю η тертя викличе появу сили Стокса, яка протидіє силі тиску світла, так що закон збереження імпульсу виглядає як

$$mv = \frac{2Pa^2\Delta t}{cw_0^2} - 6\pi a \eta v \Delta t, \qquad (12)$$

звідки отримаємо залежність швидкості частинки від часу дії світла для випадку руху частинки у воді (суцільна крива на Рис. 2):

$$v = \frac{2Pa^2\Delta t}{cw_0^2\left(m + 6\pi a \eta \Delta t\right)}, \qquad (13)$$

де m – маса частинки. У розрахунку використано такі параметри: P = 0,1 Вт, a = 10 нм, w_0 = 1 мкм, $\eta = 8{,}9 \cdot 10^{-4}$ Па·с.

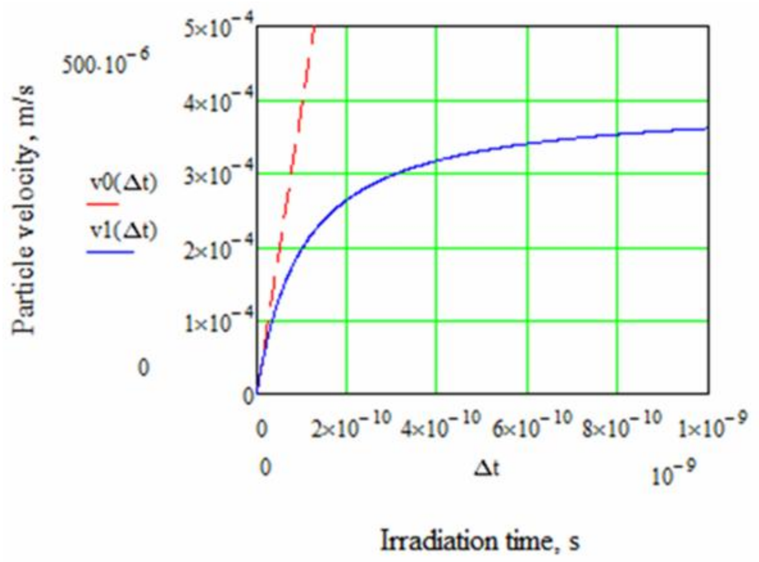

Рис. 2. Залежності швидкості частинки від часу дії на неї сили світла для руху у воді (суцільна крива) та руху у вакуумі (пунктир)

Проекції вектора сили на координатні осі можна знайти за формулами

$$F_{sc.x} = F_{sc.y} = |\mathbf{F}_{sc}| \frac{q^2}{\sqrt{1+q^2}}, \tag{14}$$

$$F_{sc.z} = |\mathbf{F}_{sc}| \frac{1}{\sqrt{1+q^2}} \tag{15}$$

$$q = \frac{(NA)^2 z}{\left[1-(NA)^2 \sqrt{(NA\cdot z)^2 \big/ \left[1-(NA)^2\right] + w_0^2}\right]}. \tag{16}$$

Градієнтна сила описується формулою [1]

$$\mathbf{F}_{\nabla} = \frac{16\pi a^3 n_0}{c}\left(\frac{n^2-n_0^2}{n^2+2n_0^2}\right)\nabla|\mathbf{S}|, \tag{17}$$

де $\nabla|\mathbf{S}|$ – градієнт модуля вектора Пойнтинга, який є градієнтом інтенсивності випромінювання ∇I; останній є векторною величиною, яку можна виразити через суму добутків одиничних векторів $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$ та $\mathbf{e}_z$ на відповідні окремі похідні:

$$\nabla I = \frac{\partial I}{\partial x}\mathbf{e}_x + \frac{\partial I}{\partial y}\mathbf{e}_y + \frac{\partial I}{\partial z}\mathbf{e}_z. \tag{18}$$

Сила Стокса описується формулою

$$\mathbf{F}_{St} = 6\pi a \eta \mathbf{v}, \tag{19}$$

де η – коефіцієнт динамічної в’язкості, $\mathbf{v}$ – швидкість частинки у полі сил.

Знайдімо з наведених вище формул компоненти сили $\mathbf{F}$, яка діє на частинку:

$$
\begin{aligned}
F_x = {} & K_1 \frac{2n_0 a^6 w_0^2 P}{c\lambda^4\left(\pi^2 w_0^4+\lambda^2 z^2\right)}\left(\frac{n^2-n_0^2}{n^2+2n_0^2}\right)^2 \exp\left[-\frac{2\pi^2 w_0^2\left(x^2+y^2\right)}{\pi^2 w_0^4+\lambda^2 z^2}\right]\frac{q}{\sqrt{1+q^2}} \mp \\
& \mp \frac{128\pi^4 w_0^4 a^3 n_0 P}{c\left(\pi^2 w_0^4+\lambda^2 z^2\right)^2}\left(\frac{n^2-n_0^2}{n^2+2n_0^2}\right) x \exp\left[-\frac{2\pi^2 w_0^2\left(x^2+y^2\right)}{\pi^2 w_0^4+\lambda^2 z^2}\right] - 6\pi a \eta v_x ,
\end{aligned}
\tag{20}
$$

$$
\begin{aligned}
F_y = {} & K_1 \frac{2n_0 a^6 w_0^2 P}{c\lambda^4\left(\pi^2 w_0^4+\lambda^2 z^2\right)}\left(\frac{n^2-n_0^2}{n^2+2n_0^2}\right)^2 \exp\left[-\frac{2\pi^2 w_0^2\left(x^2+y^2\right)}{\pi^2 w_0^4+\lambda^2 z^2}\right]\frac{q}{\sqrt{1+q^2}} \mp \\
& \mp \frac{128\pi^4 w_0^4 a^3 n_0 P}{c\left(\pi^2 w_0^4+\lambda^2 z^2\right)^2}\left(\frac{n^2-n_0^2}{n^2+2n_0^2}\right) y \exp\left[-\frac{2\pi^2 w_0^2\left(x^2+y^2\right)}{\pi^2 w_0^4+\lambda^2 z^2}\right] - \frac{4}{3}\pi a^3\left(\rho-\rho_0\right) g - 6\pi a \eta v_y ,
\end{aligned}
\tag{21}
$$

$$
\begin{aligned}
F_z = {} & K_1 \frac{2n_0 a^6 w_0^2 P}{c\lambda^4\left(\pi^2 w_0^4+\lambda^2 z^2\right)}\left(\frac{n^2-n_0^2}{n^2+2n_0^2}\right)^2 \exp\left[-\frac{2\pi^2 w_0^2\left(x^2+y^2\right)}{\pi^2 w_0^4+\lambda^2 z^2}\right]\frac{1}{\sqrt{1+q^2}} \pm \\
& \pm \frac{64\pi^2 a^3 n_0 w_0 \lambda^2 z P}{c\left(\pi^2 w_0^4+\lambda^2 z^2\right)^3}\left(\frac{n^2-n_0^2}{n^2+2n_0^2}\right)\left[2\left(x^2+y^2\right)\pi^2 w_0^2-\pi^2 w_0^4-\lambda^2 z^2\right]\exp\left[-\frac{2\pi^2 w_0^2\left(x^2+y^2\right)}{\pi^2 w_0^4+\lambda^2 z^2}\right] - \\
& - 6\pi a \eta v_z .
\end{aligned}
\tag{22}
$$

Рівняння (20)–(22) є математичною моделлю захоплення наночастинки лазерною пасткою. Для розрахунку залежності швидкості руху частинки, наприклад, вздовж осі *Z*, треба у формулі (22) замінити z на $z - v_z \Delta t$, припустивши (як це видно з Рис. 2), що сила Стокса досить швидко робить рух частинки практично рівномірним.

Висновки

Побудовано математичну модель захоплення наночастинки пасткою лазерного пінцета та розглянуто можливості її використання для розрахунку динаміки руху частинки у рідині.

Література

1. Neuman K. C. Optical trapping / K. C. Neuman, S. M. Block. – Rev. Sci. Instrum., 2004. vol. 75, №. 9. – P. 2787–2809.
2. Rohrbach A. Optical trapping of dielectric particles in arbitrary fields / A. Rohrbach, E. Stelzer. – Journal of the Optical Society of America *A*, 2001, № 18. – P. 839–853.
3. Ракитянський М. М. Исследования биологических объектов на клеточном и субклеточном уровне с помощью фемтосекундного лазерного оптичес-кого пинцета-скальпеля / М. М. Ракитянський, М. Б. Агранат, С. И. Ашитков. – Вестник транспланто-логии и искусственных органов, 2009, т. 11. – С. 107–113.

4. Khokhlova M. D. Normal and system lupus erythematosus red blood cell interactions studied by double trap optical tweezers: direct measurements of aggregation forces / M. D. Khokhlova, E. V. Lyubin, A. G. Zhdanov et al. –Journal of Biomedical Optics, 2012, vol. 17, № 2. – P. 0250011–0250016.

5. Chee C.Y. Using 3D fluid-structure interaction model to analyse the biomechanical properties of erythrocyte / C.Y. Chee, H. P. Lee, C. Lu. – Phys. Letters *A*. – 2008, vol. 372, № 9. – P. 1357–1362.

6. Шахно Е. А. Физические основы применения лазеров в медицине / Е. А. Шахно. – СПб : НИУ ИТМО, 2012. – 129 с.

7. Bonin K. D. Light torque nanocontrol, nanomotors and nanorockers / K. D. Bonin, B. Kourmanov, T.G. Walker. Opt. Express, 2002, vol. 10, № 19. – P. 984–989.

8. Williams M. C. Optical tweezers: measuring piconewton forces / M. C. Williams – Електронний ресурс. Режим доступу: http://www.biophysics.org/portals/1/pdfs/education/williams.pdf.

9. Nanoscopy and multidimensional optical fluorescence microscopy / Edited by A. Diaspro. – Boca Raton, London, New York: CRC Press, 2010. – 424 p.