

УДК 535.2, 535.8

## **Модель оптичного наносенсора**

*Ксенофонтова А.А, к.т.н., доц. Чадюк В. О.*

### **Вступ.**

У 1970 р. американський фізик Артур Ашкін продемонстрував можливість захоплення частинки розміром декілька мікрометрів лазерним пучком [1]. Подальші дослідження показали, що перетяжка (шийка) сильно сфокусованого лазерного пучка може захоплювати не тільки наночастинки, але й атоми, що було використано у технології лазерного охолодження атомів.

У 70-і роки минулого століття розпочалися фундаментальні дослідження властивостей наночастинок і, зокрема, їх можливості виконувати сенсорні функції. Розвиток нанотехнологій потребує nano-розмірних сенсорів, щоб розширити діапазон чутливості, дозволити фіксувати і оцінювати параметри процесів, раніше недоступні безпосереднім вимірюванням. За допомогою наносенсорів можна з високою точністю вимірювати концентрації

речовин та їх градієнти, фізичні та хімічні властивості нанооб'єктів, їх переміщення та взаємодії між собою, реакції на світло, електричні або магнітні поля, тиск, температуру тощо.

### **Побудова моделі.**

Побудуємо математичну модель вимірювальної системи з діелектричною наночастинкою, яка виконує функції зонда, та лазерного пінцета у ролі перетворювача вимірюваної фізичної або хімічної величини та розглянемо можливості проведення такою системою вимірювань скалярних та векторних величин у субмікронному об'ємі. Частинка, потрапляючи у поле вимірюваної величини, змінює своє положення відносно перетяжки лазерного пучка і вимірювальна система має перетворити варіації положення частинки у зміни параметрів вихідного оптичного сигналу.

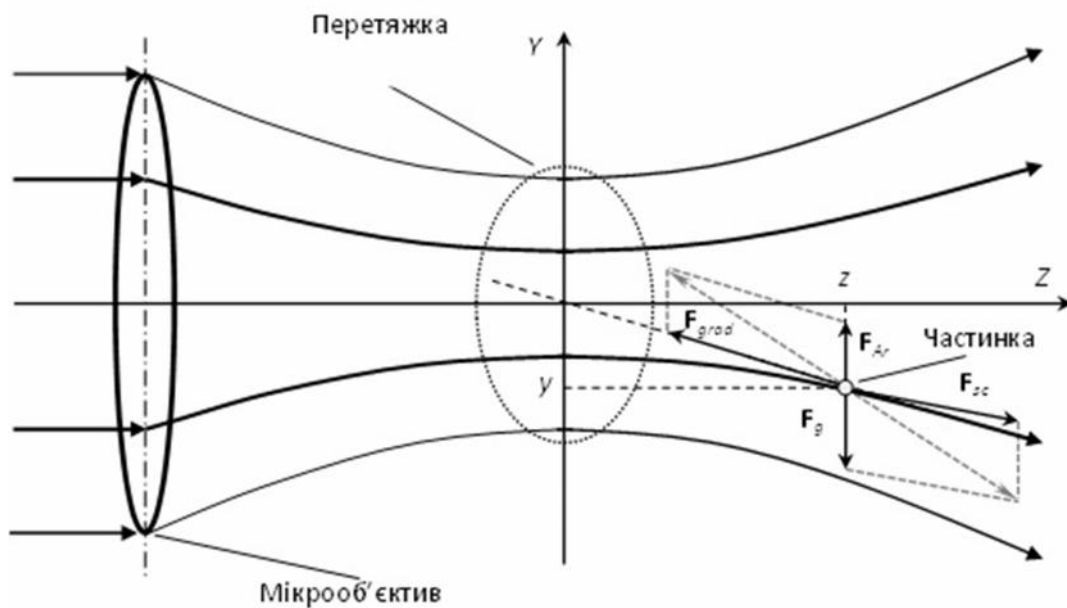


Рис. 1. Частинка у стані рівноваги біля перетяжки лазерного пучка

Нехай частинка має сферичну форму, радіус  $a$ , густину  $\rho$  та показник заломлення  $n$  і частинка знаходиться в середовищі з густиною  $\rho_0$  та показником заломлення  $n_0$ . Нехай лазерне випромінювання з довжиною хвилі  $\lambda$  та потужністю  $P$  спрямоване вздовж осі  $Z$  і фокусується у згаданому середовищі за допомогою мікрооб'єктива з числовою апертурою  $NA > 1$ , формуючи перетяжку лазерного пучка, центр якої співпадає з початком декартової системи координат, а частинка знаходиться у лазерному пучку і має координати  $(x, y, z)$ .

Розгляньмо процес вимірювання скалярної величини, наприклад, локальної зміни густини середовища  $\Delta\rho$ . Такі зміни спостерігаються у тонкому приповерхневому шарі твердих тіл... У стані рівноваги на частинку діють сила тяжіння  $\mathbf{F}_g$ , сила Архімеда  $\mathbf{F}_{Ar}$ , розсіювальна сила  $\mathbf{F}_{sc}$

(тиск світла) та градієнтна сила  $\mathbf{F}_\nabla$ , причому умовою рівноваги є  $\mathbf{F} = 0$ , де  $\mathbf{F}$  – рівнодійна цих сил. Умову рівноваги виразимо через складові сили  $\mathbf{F}$  вздовж осей  $X$ ,  $Y$  та  $Z$ :

$$F_x = F_{sc,x} \pm F_{\nabla,x} = 0, \quad (1)$$

$$F_y = F_{sc,y} - F_g + F_{Ar} \pm F_{\nabla,y} = 0, \quad (2)$$

$$F_z = F_{sc,z} \pm F_{\nabla,z} = 0, \quad (3)$$

де у формулах (1–3) знак «+» відповідає умовам  $x < 0, y < 0, z < 0$ , знак «-» – умовам  $x > 0, y > 0, z > 0$ .

Розсіювальну силу можна описати формулою

$$\mathbf{F}_{sc} = \frac{8}{3} \pi k^4 (2a)^6 \frac{n_0}{c} \left( \frac{n^2 - n_0^2}{n^2 + 2n_0^2} \right)^2 \mathbf{S}, \quad (4)$$

де  $k$  – хвильове число ( $k = 2\pi/\lambda$ ),  $c$  – швидкість світла у вакуумі,  $\mathbf{S}$  – вектор Пойнтинга [2]. Замінімо вектори на їх модулі і врахуємо, що модуль вектора Пойнтинга можна

наближено подати середньою інтенсивністю пучка  $I$ :

$$|\mathbf{F}_{sc}| = K_1 \frac{n_0 a^6 I}{c \lambda^4} \left( \frac{n^2 - n_0^2}{n^2 + 2n_0^2} \right)^2 \quad (5)$$

де  $K_1 = 8,36 \cdot 10^5$ . Проекції вектора сили на координатні осі можна знайти за формулами

$$F_{sc.x} = |\mathbf{F}_{sc}| \sin \arctan \frac{x}{z} = |\mathbf{F}_{sc}| \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}} \quad (6)$$

$$F_{sc.y} = |\mathbf{F}_{sc}| \sin \arctan \frac{y}{z} = |\mathbf{F}_{sc}| \frac{y}{\sqrt{y^2 + z^2}} \quad (7)$$

$$F_{sc.z} = |\mathbf{F}_{sc}| \cos \arctan \frac{y}{z} = |\mathbf{F}_{sc}| \frac{z}{\sqrt{y^2 + z^2}} \quad (8)$$

Для гауссова профілю лазерного пучка середня інтенсивність випромінювання

$$I = I_0 \left[ \frac{w_0}{w(z)} \right]^2 \exp \left[ -\frac{2(x^2 + y^2)}{w^2(z)} \right], \quad (9)$$

де за радіусу перетяжки  $w_0$  осьова інтенсивність пучка дорівнює

$$I_0 = \frac{2P}{\pi w_0^2}, \quad (10)$$

а радіус пучка на відстані  $z$  від перетяжки –

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2}. \quad (11)$$

Виразимо інтенсивність випромінювання через потужність і

врахуємо гауссів профіль лазерного пучка:

$$I = \frac{2\pi w_0^2 P}{\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2} \exp \left[ -\frac{2\pi^2 w_0^2 (x^2 + y^2)}{\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2} \right] \quad (12)$$

Підставляючи співвідношення (12) у формулу (5), отримаємо

$$|\mathbf{F}_{sc}| = K_1 \frac{2n_0 a^6 w_0^2 P}{c \lambda^4 (\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2)} \left( \frac{n^2 - n_0^2}{n^2 + 2n_0^2} \right)^2 \times \exp \left[ -\frac{2\pi^2 w_0^2 (x^2 + y^2)}{\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2} \right]. \quad (13)$$

Градiєнтну силу можна подати формулою

$$\mathbf{F}_\nabla = \frac{16\pi a^3 n_0}{c} \left( \frac{n^2 - n_0^2}{n^2 + 2n_0^2} \right) \nabla |\mathbf{S}|, \quad (14)$$

де  $\nabla |\mathbf{S}|$  – градиєнт модуля вектора Пойнтинга, який наближено можна замінити градиєнтом інтенсивності випромінювання  $\nabla I$  [2]. Градиєнт інтенсивності є векторною величиною, яку можна виразити через суму добутків одиничних векторів  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$  та  $\mathbf{e}_z$  на відповідні окремі похідні:

$$\nabla I = \frac{\partial I}{\partial x} \mathbf{e}_x + \frac{\partial I}{\partial y} \mathbf{e}_y + \frac{\partial I}{\partial z} \mathbf{e}_z \quad (15)$$

Тоді

$$F_{\nabla.x} = -\frac{128\pi^4 w_0^4 a^3 n_0 P}{c (\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2)^2} \left( \frac{n^2 - n_0^2}{n^2 + 2n_0^2} \right) \times \exp \left[ -\frac{2\pi^2 w_0^2 (x^2 + y^2)}{\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2} \right], \quad (16)$$

$$F_{\nabla,y} = -\frac{128\pi^4 w_0^4 a^3 n_0 P}{c(\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2)^2} \left( \frac{n^2 - n_0^2}{n^2 + 2n_0^2} \right) \times \quad F_g - F_{Ar} = -\frac{4}{3} \pi a^3 (\rho - \rho_0) g \quad (19)$$

$$\times y \exp \left[ -\frac{2\pi^2 w_0^2 (x^2 + y^2)}{\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2} \right], \quad (17)$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння.

$$F_{\nabla,z} = \frac{64\pi^2 a^3 n_0 w_0 \lambda^2 z P}{c(\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2)^3} \left( \frac{n^2 - n_0^2}{n^2 + 2n_0^2} \right) \times$$

$$\times \left[ 2(x^2 + y^2) \pi^2 w_0^2 - \pi^2 w_0^4 - \lambda^2 z^2 \right] \times \quad (18)$$

$$\times \exp \left[ -\frac{2\pi^2 w_0^2 (x^2 + y^2)}{\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2} \right].$$

Підставляючи у формулу (1) співвідношення (6) та (16), у формулу (2) – (7), (17) та (19) і у формулу (3) – (8) та (18), отримуємо математичну модель, яка описує стан рівноваги лазерного пінцета:

Рівнодійну сили тяжіння та сили Архімеда можна знайти за формулою

$$K_1 \frac{2n_0 a^6 w_0^2 P}{c \lambda^4 (\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2)} \left( \frac{n^2 - n_0^2}{n^2 + 2n_0^2} \right)^2 \exp \left[ -\frac{2\pi^2 w_0^2 (x^2 + y^2)}{\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2} \right] \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}} \mp$$

$$\mp \frac{128\pi^4 w_0^4 a^3 n_0 P}{c(\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2)^2} \left( \frac{n^2 - n_0^2}{n^2 + 2n_0^2} \right) x \exp \left[ -\frac{2\pi^2 w_0^2 (x^2 + y^2)}{\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2} \right] = 0, \quad (20)$$

$$K_1 \frac{2n_0 a^6 w_0^2 P}{c \lambda^4 (\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2)} \left( \frac{n^2 - n_0^2}{n^2 + 2n_0^2} \right)^2 \exp \left[ -\frac{2\pi^2 w_0^2 (x^2 + y^2)}{\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2} \right] \frac{y}{\sqrt{y^2 + z^2}} \mp$$

$$\mp \frac{128\pi^4 w_0^4 a^3 n_0 P}{c(\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2)^2} \left( \frac{n^2 - n_0^2}{n^2 + 2n_0^2} \right) y \exp \left[ -\frac{2\pi^2 w_0^2 (x^2 + y^2)}{\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2} \right] - \frac{4}{3} \pi a^3 (\rho - \rho_0) g = 0, \quad (21)$$

$$K_1 \frac{2n_0 a^6 w_0^2 P}{c \lambda^4 (\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2)} \left( \frac{n^2 - n_0^2}{n^2 + 2n_0^2} \right)^2 \exp \left[ -\frac{2\pi^2 w_0^2 (x^2 + y^2)}{\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2} \right] \frac{z}{\sqrt{y^2 + z^2}} \pm$$

$$\pm \frac{64\pi^2 a^3 n_0 w_0 \lambda^2 z P}{c(\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2)^3} \left( \frac{n^2 - n_0^2}{n^2 + 2n_0^2} \right) \left[ 2(x^2 + y^2) \pi^2 w_0^2 - \pi^2 w_0^4 - \lambda^2 z^2 \right] \exp \left[ -\frac{2\pi^2 w_0^2 (x^2 + y^2)}{\pi^2 w_0^4 + \lambda^2 z^2} \right] =$$

$$= 0. \quad (22)$$

Зв'язок між густиною та показником заломлення рідини можна задати формулою Лоренца–Лоренца:

$$\frac{n_0^2 - 1}{n_0^2 + 2} = \frac{4\pi N_A \alpha_0}{3M_0} \rho_0, \quad (23)$$

де  $N_A$  – число Авогадро,  $\alpha_0$  – поляризованість молекул рідини,  $M_0$  – її молекулярна маса. Локальна зміна густини середовища на  $\Delta\rho_0$  викличе зміну показника середовища на  $\Delta n_0$ :

$$\Delta n_0 = \frac{2\pi N_A \alpha_0 (n_0^2 + 2)^2}{9M_0 n_0} \Delta\rho_0, \quad (24)$$

а це в свою чергу приведе до переміщення частинки на таку відстань

$$\Delta R = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}, \quad (25)$$

щоб знову задовольнялись умови рівноваги (20)–(22).

Так само діелектрична частинка з поляризованістю  $\alpha$  прореагує на локальне електричне поле  $\mathbf{E}$ , яке змінить рівновагу сил внаслідок появи додаткової сили

$$\mathbf{F}_E = \frac{\alpha}{2} \nabla |\mathbf{E}|^2. \quad (26)$$

Для реєстрації переміщення частинки використаємо схему фотоприймання, в якій випромінювання, розсіяне на частинці, потрапляє на сферичні лінзи чотирьох загострених оптичних волокон, розташованих один навпроти одного на осях  $x$  та  $y$  площини перетяжки лазерного пучка, і спрямовується кожним волокном на свій фотоелектронний помножувач (Рис. 2). Потужність розсіяного випромінювання, яке приймається волокном, можна знайти за формулою Релея [3]:

$$P_f = \frac{16\pi^5 n_0^6 a^6 r^2 I}{\lambda^4 L_2} \left[ \frac{(n/n_0)^2 - 1}{(n/n_0)^2 + 2} \right]^2, \quad (27)$$

де  $r$  – радіус сферичної лінзи волокна,  $L$  – відстань між частинкою та сферичною лінзою волокна (декілька мікрометрів). Формула (27) доповнює рівняння моделі (20)–(22).

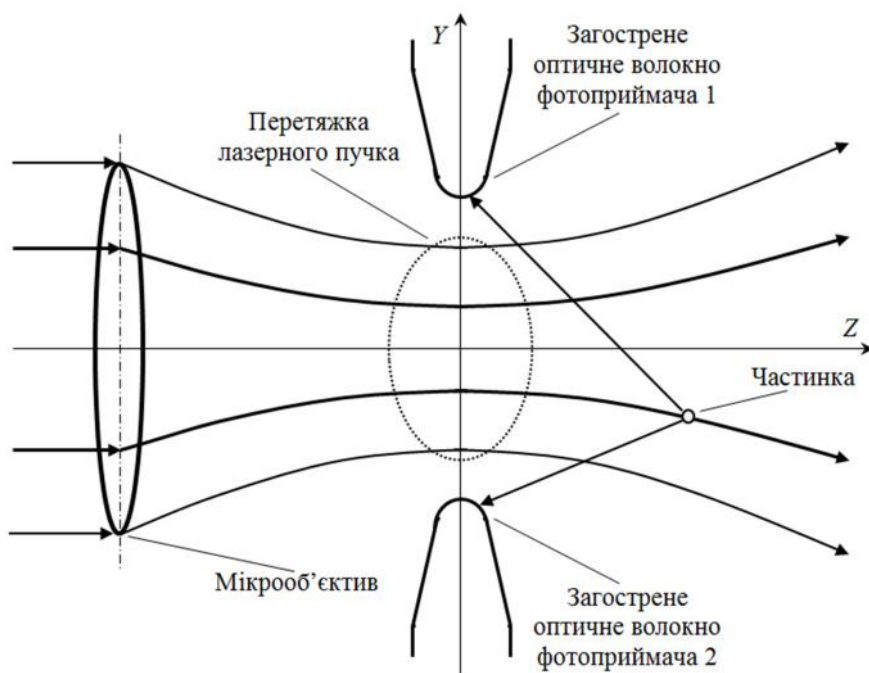


Рис. 2. Реєстрація випромінювання, розсіяного на частинці

## **Висновки**

Як видно з моделі, чутливість наносенсора залежить від багатьох факторів, зокрема, від потужності випромінювання, розміру та матеріалу частинки, положення оптичних волокон відносно перетяжки, фотоелектричного підсилення тощо. Модель дозволяє оптимізувати параметри вимірювальної системи для досягнення максимальної чутливості під час вимірювання конкретних фізичних або хімічних величин.

## **Література**

1. Ashkin A. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure / A. Ashkin. – Phys. Rev. Letters, 1970, vol. 24, № 4. – P. 156–159.
2. Nanoscopy and multidimensional optical fluorescence microscopy / Edited by A. Diaspro. – Boca Raton, London, New York: CRC Press, 2010. – 424 p.
3. Bohren, C.F. Absorption and scattering of light by small particles / C.F. Bohren, D. R. Huffman. – Weinheim, WILEY-VCH, 2004. – 530 p.