УДК 519.83

Використання теорії гри для оптимального вирішення проблеми під час створення та розгляду питань щодо якості та собівартості приладів

Ксенофонтова А.А., д.т.н. Мельник І.В.

У роботі розглянутий метод максимінної та мінімаксної стратегії, який використовується для оптимізації якості та собівартості виробництва продукції. Результат тестування цього методу на практичних задачах електронної промисловості показав, що ігрові підходи допомагають формалізувати конкретні ситуації на підприємствах електронної промисловості та знайти компромісне рішення, яке задовольняє різні потреби, які зазвичай є суперечливими.

Зазвичай визначається якщо не кращий, то в усякому разі, не гірший варіант співвідношення стратегій гравців у даній ситуації. Розглянуті конкретні приклади задач із наявністю сідлової точки та без неї.

За допомогою теорії ігор можна розв'язати задачу максимізації середнього доходу підприємства від реалізації продукції за умови, що на неї впливатиме безліч випадкових факторів, оскільки асортимент виготовленої на підприємстві продукції різний.

Особливо важливим є використання теорії ігр у провідних галузях науково-технічного прогресу, де застосовуються сучасні наукові досягнення та нові технічні рішення, впровадження яких потребує вкладання великих коштів, невірне використання яких може привести до банкрутства підприємств.

Метою дослідження є використання теорії гри, а саме максимінної та мінімаксної стратегії для оптимального рішення під час створення та розгляду питань щодо якості та собівартості продукції.

Суть методу, який розглядається в даній роботі, полягає в наступному. Конфліктну ситуацію можна математично подати як гру двох або більшої кількості гравців, кожен з яких переслідує мету максимізувати свій виграш за рахунок іншого. Нехай гравець А вибрав стратегію Ai, тоді у найгіршому разі він отримає виграш, що дорівнює $\min a_{ij}$, тобто навіть тоді, коли гравець В і знав би стратегію гравця А. Передбачаючи таку можливість, гравець А має вибрати таку стратегію, щоб максимізувати свій мінімальний виграш, тобто

$$a = \max_{i} \min_{j} a_{ij} \qquad (1)$$

Така стратегія гравця А позначається A_{i0} і має назву максимінної, а величина гарантованого виграшу цього гравця називається нижньою ціною гри. Гравець В, який програє суми у розмірі елементів платіжної матриці, навпаки має вибрати стратегію, що мінімізує його максимально можливий програш за всіма варіантами дій гравця А. Стратегія гравця В позначається через B_{j0} і називається мінімаксною, а величина його програшу — верхньою ціною гри, тобто

$$\beta = \min_i \max_j a_{ij} \qquad (2)$$

Отже, мета гравця А– максимізувати величину, а гравця В – мінімізувати її. Нехай маємо матрицю А: де рядки відповідають стратегіям A_i, а стовпці – стратегіям B_j. Матриця А називається платіжною, а також матрицею гри. Елемент цієї матриці a_{ij} – це виграш гравця А, якщо він вибрав стратегію A_i, а гравець В –стратегіюB_j[6].

	B_1	B_2	…	B_n
A_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}
…	…	…	…	…
A_m	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mn}

Рис. 1. Платіжна матриця

Оптимальний розв’язок цієї задачі досягається тоді, коли жодній стороні невигідно змінювати вибрану стратегію, оскільки її супротивник може у відповідь вибрати іншу стратегію, яка забезпечить йому кращий результат. Якщо

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij}, \quad \beta = \min_i \max_j a_{ij} = \upsilon \qquad (3)$$

то гра називається цілком визначеною. В такому разі виграш гравця А (програш гравця В) називається значенням гри і дорівнює елементу матриціa_{ij}. Цілком визначені ігри називаються іграми з сідловою точкою, а елемент платіжної матриці, значення якого дорівнює виграшу гравця А (програшу гравця В) і є сідловою точкою. В цій ситуації оптимальним рішенням гри для обох сторін є вибір лише однієї з можливих, так званих чистих стратегій — максимінної для гравця А та мінімаксної для гравця В, тобто якщо один із гравців притримується оптимальної стратегії, то для другого відхилення від його оптимальної стратегії не може бути вигідним [4].

Розглянемо приклади розв’язку методом теорії ігор на конкретних задач підприємств електронної промисловості .

Приклад 1. Фірма виготовляє електронні прилади. Експертами виробничого відділу фірми розглядаються 3 типи приладів: *П-1, П-2, П-3.* Однак залежно від фінансування кожен тип може мати три якості: *Я-1, Я-2, Я-3* залежно від закупленої технології виробництва. Собівартість виготовлення приладів наведена в табл. №1.

Собівартість виготовлення устаткування, тис. ум.од.

Конфліктна ситуація виникає в зв'язку з необхідністю вибрати той тип приладів та його якість , який буде затверджений економічним відділом фірми. Завдання експертів полягає в тому, щоб запропонувати на розгляд фінансовому відділу такий тип приладів, який забезпечить якщо не кращий, то в усякому разі не гірший варіант співвідношення вартості та функціональних характеристик.

Таблиця№1

Прилади	***Якість***		
	Я-1	Я-2	Я-3
П-1	10	6	5
П-2	8	7	9
П-3	7	5	8

Зрозуміло, що з усіх можливих варіантів розвитку подій експертам виробничого відділу необхідно настоювати на варіанті впровадження у виробництво приладу типу П-2, оскільки це дає найбільше значення за реалізації найгірших умов — 7 тис. ум. од.

Наведені міркування ілюструють максимінну стратегію, отже:

$$\min_{i=1} a_{ij} = \min\{10;6;5\} = 5,$$

$$\min_{i=2} a_{ij} = \min\{8;7;9\} = 7,$$

$$\min_{i=3} a_{ij} = \min\{7;5;8\} = 5,$$

$$\alpha = \max_{j}\min_{i} a_{ij} = \max\{5;7;5\} = 7 -$$

– нижня ціна гри.

Для економістів найкращим є вибір технології, що забезпечує виготовлення приладів якості другого виду, оскільки за найгірших умов вона дає найменші витрати—7 тис.ум.од.

Останні міркування відповідають мінімаксній стратегії, що визначає верхню ціну гри.

$$\max_{j=1} a_{ij} = \max\{10;8;7\} = 10$$

$$\max_{j=2} a_{ij} = \max\{6;7;5\} = 7,$$

$$\max_{j=3} a_{ij} = \max\{5;9;8\} = 9$$

$$\beta = \min_{i}\max_{j} a_{ij} = \min\{10;7;9\} = 7 -$$

– верхня ціна гри.

Якщо гравець відхилиться від своєї оптимальної (мінімаксної) стратегії, то це призведе до більших витрат. Наведена гра є парною грою із сідловою точкою.

Якщо, в задачі$\alpha \neq \beta$, тобто немає сідлової точки, а це означає, що необхідно застосувати метод зведення гри до задачі лінійного програмування:

$$\min\ Z = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6$$

Розв’язок може бути здійснений у матричному вигляді, як показано на рис.2:

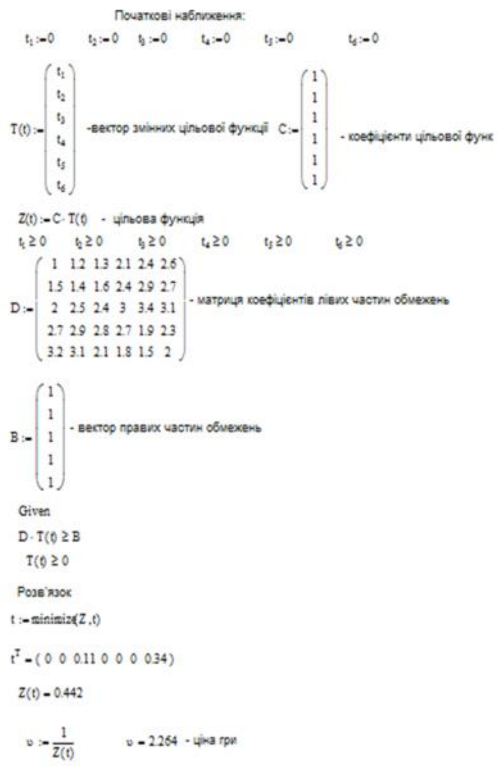

Рис.2. Розв'язок за допомогою програми Mathcad

Висновки

1. Теорія ігор являє собою теорію математичних моделей прийняття оптимальних рішень в умовах конфлікту.
2. Основними поняттями теорії ігор є поняття конфлікту, кроку (ходу), стратегії.
3. Завданням теорії ігор є розроблення рекомендацій гравцям, тобто визначення для них оптимальних стратегій. Під оптимальною стратегією розуміють таку стратегію, яка за умови багатократного повторення забезпечує гравцю максимально можливий середній виграш.
4. Перевагою теорії ігор є можливість розширення поняття оптимальності, включаючи, наприклад, компромісне рішення, яке йде на задоволення різних потреб у грі.
5. Актуальним є використання теорії гри в ринково-торгівельних відносинах, адже прогнозування можливого прибутку та витрат, дозволить отримати якщо не максимальний, то не найгірший результат від вкладених коштів.

Література:

1. http://pidruchniki.com/13330607/menedzhment/modeli_teorii_igr.
2. http://economrisk.ru/princip-minimaksa-maksimina-reshenie-matrichnoj/1345-princip-minimaksa-maksimina-reshenie-matrichnoj-4.html.
3. http://studopedia.net/2_44275_teoriya-igr.html.
4. Шегда А. В. Ризики в підприємництві: оцінювання та управління: навч. посіб. / А.В. Шегда, М.В. Голованенко. – К.: Знання, 2008. – 271 с.
5. Наконечний С. І. Математичне програмування: Навч. посіб. / С. І.° Наконечний, С. С. Савіна. – К.: КНЕУ, 2003. – 452 с.